

同步一类结构部分未知混沌系统的 自适应非线性观测器

王晶¹, 高金峰², 马西奎¹

(1. 西安交通大学电气工程学院, 710049, 西安; 2. 郑州大学电气工程学院, 450002, 郑州)

摘要: 针对一类结构部分未知混沌系统, 设计了一种含有补偿器的自适应正交神经网络非线性观测器. 这种自适应非线性观测器以混沌系统的线性部分能准确复制为前提, 利用正交神经网络的非线性逼近能力实现结构部分未知混沌系统在状态不可测情况下的同步. 所设计的观测器中正交神经网络的权值和补偿控制器的自适应调节规律都是通过 Lyapunov 稳定性原理推导所得, 保证了闭环系统的稳定性, 且补偿输入小, 同步速度快. 理论研究和仿真结果都表明, 基于正交神经网络的非线性观测器在被观测混沌系统存在结构部分未知情况时, 仍然能完成混沌系统的大范围同步控制, 并且这种同步控制方法收敛速度快, 所需控制量小, 实用范围广.

关键词: 非线性观测器; 混沌; 同步; 正交神经网络

中图分类号: TP273.2; O415.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-987X(2007)10-1165-05

Synchronization of a Class of Partially Unknown Chaotic System with Adaptive Nonlinear Observer

Wang Jing¹, Gao Jinfeng², Ma Xikui¹

(1. School of Electrical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. School of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: A novel adaptive nonlinear observer with a compensator based on orthogonal neural networks is designed for a class of chaotic system where the nonlinear portion of the structure can not be evaluated. The adaptation laws of the network weight and the controller are derived from Lyapunov stability analysis to ensure the stability of the closed loop system. Numerical examples show that the synchronization of chaotic system can be achieved even if the structure of the chaotic system gets partially unknown. Moreover, the higher synchronizing rate and smaller control task verify the practicability of the proposed method.

Keywords: nonlinear observer; chaos; synchronization; orthogonal neural network

随着混沌系统同步控制问题研究的不断开展, 已出现多种实现混沌系统同步的控制策略与控制方法, 但是大部分控制方法是基于系统状态已知这一条件进行的. 在实际系统中, 系统的状态不易测量, 甚至在某些场合中是无法测量的. 因此, 研究非线性观测器来重构混沌系统的真实状态无疑是一项颇有意义的工作.

基于控制理论中的非线性观测器设计实现混沌

系统同步控制的研究已有很多报道^[1-7]. 目前, 从基于非线性观测器设计实现混沌系统同步控制的策略来看, 大多是以被观测系统结构已知为前提, 但是从实际物理过程来看, 由于元件老化等不确定因素, 系统往往不能被全部准确复制. 本文研究的就是一类结构部分未知混沌系统的非线性观测器设计问题. 这种结构部分未知混沌系统的观测器在近期一些论文中也有涉及^[8-9], 但这些论文中提出的观测器方法

都是基于结构不确定部分的 Lipschitz 特性,利用输出反馈控制、滑模控制等方法实现观测器和被观测系统的同步.这种观测器设计方法存在参数增益大、所需控制量过大等缺陷.本文以被观测混沌系统线性部分可准确复制为前提,利用神经网络能够以任意精度逼近任意非线性函数的能力和神经网络权值调整的灵活性,设计了一种含补偿器的自适应正交神经网络非线性观测器.该观测器可以解决结构部分未知的目标(被同步)混沌系统的大范围同步问题,且补偿输入小,同步速度快.

1 混沌同步问题描述

给定混沌系统

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}f(\mathbf{x}); \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{A} \in R^{n \times n}$ 为常数矩阵; $f(\mathbf{x})$ 为混沌系统包含不确定因素的非线性部分; $\mathbf{C}$ 和 $\mathbf{A}$ 为满足线性部分系统可观测条件.几种常见的混沌系统都能表示成式(1)的形式.同步控制的观测器方法就是要构造一个与系统(1)同阶的系统,且在系统(1)的输出信号 $\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}$ 的驱动下,使构造系统的所有状态变量在一定的变换下与系统(1)的状态变量实现同步.

设系统(1)观测器的一般形式为

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = g(\hat{\mathbf{x}}(t), t, \mathbf{y}(t)) \quad \hat{\mathbf{x}} \in R^n \quad (2)$$

其中 $g: R^n \times R \times R^p \rightarrow R^n$ 为一非线性函数,则系统(2)与系统(1)同步可描述为

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\varphi(\hat{\mathbf{x}}(t)) - \mathbf{x}(t)\| = 0 \quad (3)$$

式中: $\varphi: R^n \rightarrow R^n$ 为预定的变换关系; $\|\cdot\|$ 表示欧氏范数.最简单情况的同步可以简化为

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t)\| = 0 \quad (4)$$

本文仅讨论式(4)所表示的同步情况.

2 自适应非线性观测器设计

神经网络因其强大的学习能力和能够以任意精度逼近非线性函数的能力,已被广泛应用于非线性系统的建模、预测、模式识别以及控制等.径向基函数(RBF)神经网络在多变量非线性函数逼近能力上优于反向传播(BP)神经网络,且网络输出与权值呈线性关系,只要隐层单元中心变量选择恰当,就可以获得较好的逼近结果.但是,其隐层单元中心变量的选取缺乏理论指导,大多只能凭借经验确定和改变,难以保证最优的逼近性能.尤其是在非线性观测器设计中,因为被观测系统状态未知,不易得到确定 RBF 神经网络隐层单元中心变量所需的训练数据,

所以不宜选用.正交神经网络算法具有学习简单、学习收敛速度快、逼近精度高等优点,非常适合实时控制系统,且正交神经网络的输出与权值同样呈现线性关系

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^s w_{ij} G_j(\mathbf{x}) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

式中: $\mathbf{x} \in R^n$ 为网络的输入向量; $\mathbf{G}(\cdot)$ 为正交基函数.这样当正交基函数选定之后,正交神经网络的可调参数只剩下权值矩阵 $\mathbf{W}$.

利用正交神经网络的非线性逼近能力,我们设计一个非线性观测器如下

$$\left. \begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{L}(\mathbf{y} - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{B}(\mathbf{W}\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{u}) \\ \hat{\mathbf{y}} &= \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: $\hat{\mathbf{x}}$ 为观测器的状态向量; $\hat{\mathbf{y}}$ 是观测器输出; $\mathbf{L}$ 是待设计的矩阵; $\mathbf{W}$ 和 $\mathbf{u}$ 分别是需要设计的正交神经网络权值矩阵和补偿控制量.下面,我们对此非线性观测器的有效性加以证明.

引理 1^[10-11] 给定一个任意小的正数 ξ 和一个连续函数 $h(\mathbf{x}, t) \in R^n$, 存在一个权值矩阵 $\mathbf{W}^* \in R^{n \times s}$, 使得一个具有 s 个正交基函数的正交神经网络的输出满足

$$\max \|\mathbf{W}^* \mathbf{G}(\mathbf{x}) - h(\mathbf{x}, t)\| \leq \xi \quad (6)$$

在常见的正交多项式中, Chebyshev 多项式能取得最优逼近效果,因此本文选取 Chebyshev 多项式作为神经网络的正交基函数^[10-11].此多项式表示如下

$$G_1 = 1; G_2 = F; G_j = 2FG_{j-1} - G_{j-2} (2 \leq j \leq s)$$

式中: $F = \frac{1}{1 + e^{-\sigma q}}, q = \sum_{i=1}^n x_i; \sigma$ 为可选择正数.

F 的定义是为了将 Chebyshev 多项式的输入范围从 $[-1, 1]$ 扩展至 $(-\infty, +\infty)$.

根据上面的描述,对于式(1)中的 $f(\mathbf{x})$,一定存在一个具有 s 个正交基函数的正交神经网络和相应的最优权值 $\mathbf{W}^*$,使得 $f(\mathbf{x}) = \mathbf{W}^* \mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{d}$, 其中 $\mathbf{d} = f(\mathbf{x}) - \mathbf{W}^* \mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}})$, 且 $\mathbf{d}$ 显然满足 $\|\mathbf{d}\| \leq d^*$, d^* 为一个未知的常数,则式(1)可以写成

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{W}^* \mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{B}\mathbf{d} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

引入设计的非线性态观测器(5)以后,观测器状态与被观测系统状态的误差方程可以表示为

$$\dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\mathbf{e} + \mathbf{B}(\tilde{\mathbf{W}}\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{u} - \mathbf{d}) \quad (8)$$

式中: $\mathbf{e} = \hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t); \tilde{\mathbf{W}} = \mathbf{W} - \mathbf{W}^*$.

至此,关于非线性观测器(5)和被观测系统(1)

的状态变量大范围同步的设计问题,转化为在式(8)中如何设计 L 以及神经网络权值矩阵 W 和补偿器 u 的调节规律,使其具有全局渐近稳定平衡点的问题。

根据矩阵知识可知,对系统(1),可设计出合适的矩阵 L 和正定对称矩阵 P, Q 满足下列方程

$$(A - LC)^T P + P(A - LC) = -Q < 0 \quad (9)$$

$$B^T P = IC \quad (10)$$

再设计如下形式的正交神经网络权值调节规律和补偿器

$$\dot{W} = -\eta e_y G^T(\hat{x}) \quad (11)$$

$$u = -k \operatorname{sgn}(Ie_y) \quad (12)$$

其中 $e_y = \hat{y} - y$, k, η 为选定的正数,则有定理 1 成立。

定理 1 若式(5)中正交神经网络的权值 W 按照式(11)所示的规律进行调节,且式(5)中的补偿器 u 取式(12)所示的形式,当满足 $k \geq d^*$ 时,式(8)的平衡点 $e=0$ 为全局渐近稳定,即对于任意的初始条件 $e(0)$,都有 $\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0$ 。

证明 为证明式(8)的平衡点 $e=0$ 大范围渐近稳定,选取如下的 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2\eta} \operatorname{tr}(\tilde{W} \tilde{W}^T) \quad (13)$$

式中: $\tilde{W} = W - W^*$ 。

将 V 沿着式(8)对时间求导,有

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} \dot{e}^T P e + \frac{1}{2} e^T \dot{P} e + \frac{1}{\eta} \operatorname{tr}(\tilde{W} \dot{\tilde{W}}^T) = \\ &= -\frac{1}{2} e^T Q e + \operatorname{tr}[\tilde{W} G(\hat{x}) e^T P B + \frac{1}{\eta} \operatorname{tr}[\tilde{W} \dot{\tilde{W}}^T] - \\ &\quad k e^T P B \operatorname{sgn}(B^T P e) - e^T P B d \leq \\ &= -\frac{1}{2} e^T Q e + \frac{1}{\eta} \operatorname{tr}[\tilde{W}(\eta G(\hat{x}) e_y^T + \dot{\tilde{W}}^T)] + \\ &\quad (\|d\| - k) \|e^T P B\| \end{aligned}$$

显然,当有式(11)和式(12)成立、且 $k > d^*$ 时,有 $\dot{V} \leq -\frac{1}{2} e^T Q e - (\|d\| - k) \|e^T P B\| \leq 0$, 即式(8)有渐近稳定平衡点,定理 1 得证。

在应用式(12)所表示的补偿器时,我们要选择合适的系数 k ,使得 $k \geq d^*$ 。由于 d^* 未知, k 的选择设计出现了困难。设计过小不能实现同步,设计过大则使得所需补偿控制能量过大,这在实际应用当中是不可取的。为解决这个问题,我们设计了 k 的自适应调节规律并给出如下定理。

定理 2 若式(5)中正交神经网络的权值 W 按照式(11)所示的规律进行调节,其补偿器 u 取式(12)所

示的形式,则当补偿器的系数 k 满足如下自适应调节规律时

$$\dot{k} = \gamma (Ie_y)^T \operatorname{sgn}(Ie_y) \quad (14)$$

式(8)的平衡点 $e=0$ 为全局渐近稳定,式(14)中的 γ 为选定的正数。

证明 令 $\delta = k - d^*$ 。为证明式(8)的平衡点 $e=0$ 大范围渐近稳定,选取如下的 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2\eta} \operatorname{tr}(\tilde{W} \tilde{W}^T) + \frac{1}{2\gamma} \delta^2 \quad (15)$$

将 V 沿着式(8)对时间求导,有

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} \dot{e}^T P e + \frac{1}{2} e^T \dot{P} e + \frac{1}{\eta} \operatorname{tr}(\tilde{W} \dot{\tilde{W}}^T) + \frac{1}{\gamma} \delta \dot{\delta} = \\ &= -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P B [u - d + \tilde{W} G(\hat{x})] + \\ &\quad \frac{1}{\eta} \operatorname{tr}(\tilde{W} \dot{\tilde{W}}^T) + \frac{1}{\gamma} \dot{k} (k - d^*) = \\ &= -\frac{1}{2} e^T Q e - e^T P B d - d^* e^T P B \operatorname{sgn}(B^T P e) \leq \\ &= -\frac{1}{2} e^T Q e + (\|d\| - d^*) \|e^T P B\| \leq 0 \end{aligned}$$

即式(8)有渐近稳定平衡点,定理 2 得证。

我们注意到,式(12)所示的补偿器 u 含有符号函数 $\operatorname{sgn}(\cdot)$, 这种情况下补偿控制量是不连续的,在实际应用中遇到一点不理想的状态就会出现抖振。为了消除抖振,文献[12]提出了准滑动模态方案,并且给出了准滑动模态与理想滑动模态相近似的定理。依据这种解决方案,我们选用一个适当的连续函数来替代符号函数,将补偿器式(12)取为

$$u = -k \frac{Ie_y}{\|Ie_y\| + \lambda} \quad (16)$$

其中 λ 为一个小正数, $\lambda \rightarrow 0$ 时,连续化后的补偿器的补偿性能可以任意逼近原补偿器的性能。

3 仿真结果

考虑如下 Chen 系统

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= -35x_1 + 35x_2 \\ \dot{x}_2 &= -7x_1 + 28x_2 - x_1x_3 \\ \dot{x}_3 &= -3x_3 + x_1x_2 \\ y &= [x_2 \ x_3]^T \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

该系统结构复杂,且其混沌吸引子沿着 y 轴方向快速运动,使得它的同步控制不易实现^[13]。下面,我们用本文提出的非线性观测器方法对其进行同步控制。

首先我们将被观测的 Chen 系统表达成式(1)所示的标准形式

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{B}f(\mathbf{x}) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -35 & 35 & 0 \\ -7 & 28 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; f(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -x_1 x_3 \\ x_1 x_2 \end{bmatrix}$$

为了表明文中所提出的方法对结构不确定混沌系统同步控制的有效性,我们假定式(17)中的 $f(\mathbf{x})$ 未知. 根据式(5),可以给出此系统的观测器

$$\left. \begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{L}(\mathbf{y} - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{B}(\mathbf{W}\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{u}) \\ \hat{\mathbf{y}} &= \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Chen 系统与观测器的初始值取为 $\mathbf{x}(0) = [10.3 \ 9.7 \ 2.5]^T$ 和 $\hat{\mathbf{x}}(0) = [2.4 \ 0.7 \ 3.4]^T$, 正交神经网络设计为 3-125-2 结构. 设计 $\mathbf{W}$ 和 $\mathbf{u}$ 的调节规律如式(11)、式(14)和式(16)所示. 根据实际情况设计

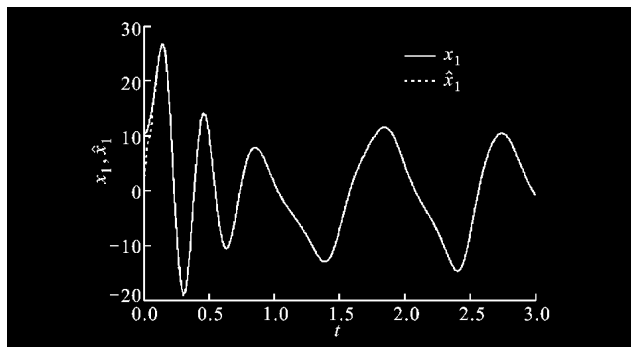
$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 5.052 \ 8 & 0 \\ 36.168 \ 2 & 0 \\ 0 & 5.168 \ 2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0.304 \ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 1.304 \ 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1.304 \ 1 \end{bmatrix}$$

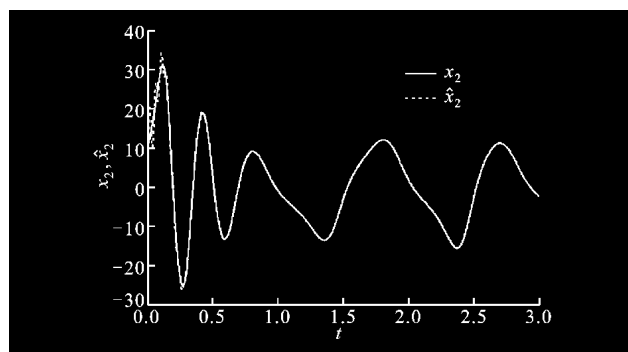
$$\mathbf{\Gamma} = 1.304 \ 1; \lambda = 0.001$$

补偿器 $\mathbf{u}$ 在归一化时间 $t=1$ 时加入. 观测器(19)与被观测系统(17)的状态如图 1 所示,补偿器如图 2 所示.

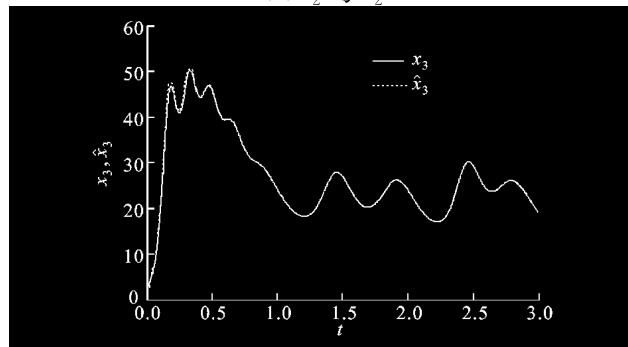
由仿真结果可以看出,在被观测系统结构部分未知时,所设计的非线性观测器仍然能够实现混沌系统的状态观测功能,从而实现混沌系统的同步控制. 从图 1、图 2 中可以看出,同步速度很快,而且所需的补偿量较小.



(a) x_1 与 $\hat{x}_1$



(b) x_2 与 $\hat{x}_2$



(c) x_3 与 $\hat{x}_3$

图 1 被观测系统与非线性观测器状态

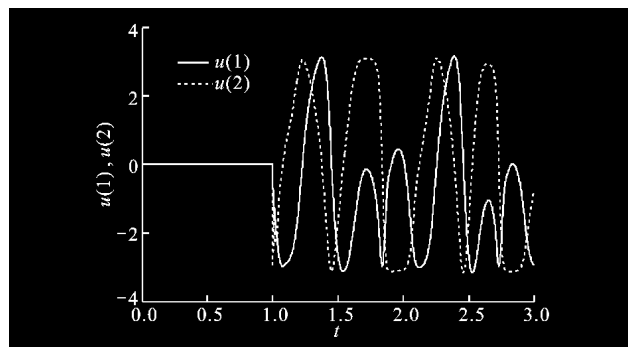


图 2 补偿器示意图

4 结 论

本文利用自适应非线性观测器,研究了结构部分未知混沌系统在状态不可测情况下的同步控制问题. 理论研究和仿真结果都表明,基于正交神经网络的非线性观测器在被观测混沌系统存在结构部分未知情况时,仍然能完成混沌系统的大范围同步控制,并且这种同步控制方法收敛速度快,所需控制量小,实用范围广.

参考文献:

- [1] Liu Fang, Ren Yong, Shan Xiuming, et al. Synchronization for a class of chaotic systems based upon observer theory [J]. Chinese Physics, 2001, 10(7): 606-611.

- [2] Lü J H, Zhou T S, Zhang S C. Controlling the Chen attractor using linear feedback based on parameter identification [J]. Chin Phys Lett, 2002, 11(1): 12-15.
- [3] Boutayeb M, Darouach M, Rafaralahy H. Generalized state-space observers for chaotic synchronization and secure communication [J]. IEEE Trans Circuits Syst: I, 2002 49(3):345-349.
- [4] Millerioux G, Daafouz J. An observer-based approach for input-independent global chaos synchronization of discrete-time switched systems [J]. IEEE Trans Circuits Syst: I, 2003, 50(10):1270-1278.
- [5] Solak E. A reduced-order observer for the synchronization of Lorenz systems [J]. Physics Lett: A, 2004, 325(3):276-278.
- [6] Chen G R. Secure synchronization of a class of chaotic systems from a nonlinear observer approach [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(1):76-82.
- [7] Jiang Guoping, Wei Xingzheng, Tang W K, et al. Integral-observer-based chaos synchronization [J]. IEEE Trans Circuits Syst: I, 2006, 53(2):110-114.
- [8] Hua Changchun, Guan Xiping. Synchronization of chaotic systems based on adaptive observer design [J]. Chinese Physics, 2004, 13(9):1391-1395.
- [9] Chen Maoyin, Zhou Donghua, Shang Yun. A new observer-based synchronization scheme for private communication [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2005, 24(4):1025-1030.
- [10] Rivlin T J. Chebyshev polynomials from approximation theory to algebra and number theory [M]. New York: Wiley, 1990.
- [11] 江善和, 张杰. 基于 Chebyshev 基函数模糊神经网络的快速辨识方法[J]. 系统仿真学报, 2006, 18(3):590-593.
- Jiang Shanhe, Zhang Jie. Fast identification method of fuzzy neural networks based on Chebyshev basis function[J]. Journal of System Simulation, 2006, 18(3): 590-593.
- [12] 姚琼荃. 变结构控制系统[M]. 重庆:重庆大学出版社, 1997.
- [13] 张政伟, 李宏. 基于状态观测器设计的 Chen 系统同步 [J]. 计算机仿真, 2005, 22(4):198-204.
- Zhang Zhengwei, Li Hong. The Chen's synchronization based on state observer[J]. Computer Simulation, 2005, 22(4):198-204.

(编辑 杜秀杰)

[文摘预登]

基于改进观测器的分数阶超混沌 Chen 系统广义同步

陈向荣^{1,2}, 刘崇新^{1,2}, 李永勋^{1,2}

(1. 西安交通大学电气工程学院, 710049, 西安; 2. 西安交通大学电力设备电气绝缘国家重点实验室, 710049, 西安)

基于分数阶微积分的预估-校正算法,研究了分数阶超混沌 Chen 系统,数值仿真结果表明,分数阶超混沌 Chen 系统存在超混沌的最低阶数为 3.8 阶,并根据分数阶稳定性理论,设计了一种改进的状态观测器,利用解析的方法求得广义同步的响应系统,从理论上证明了该同步方法的可行性.最后,利用该同步方法实现了 3.8 阶超混沌 Chen 系统的广义同步,数值仿真结果证实了它的有效性.